

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ, 22.02.2015
CLASA A XII-A

FILIERA TEHNOLOGICĂ : profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

1. Pe \mathbb{R} se definește operația $x \circ y = 9xy - 3x - 3y + \frac{4}{3} \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$.

a) Demonstrați că $(\left(\frac{1}{3}, \infty\right), \circ)$ este un grup comutativ.

b) Găsiți două numere $a, b \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ astfel încât $a \circ b = 2$

2. Pe \mathbb{R} se definește operația $x * y = \sqrt[3]{x^3 + y^3 - 1} \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$

a) Demonstrați că legea $*$ este asociativă.

b) Determinați simetricul lui $\sqrt[3]{10}$.

c) Să se arate că numerele $a = (2 * 2)^3$; $b = (2 * 2 * 2)^3$ și $c = (2 * 2 * 2 * 2)^3$ sunt în progresie aritmetică.

Haret Daniela

3. Fie $f, F: (-\infty, \frac{3}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$; $f(x) = x\sqrt{3-2x}$, $F(x) = (mx^2 + mx + p)\sqrt{3-2x}$

a) Determinați $m, n, p \in \mathbb{R}$ astfel încât F să fie o primitivă a lui f .

b) Calculați $\int_0^1 \sqrt{3x^2 - 2x^3} dx$

Dan Ion

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 2x, & x \leq 0 \\ x \ln x + x, & x > 0 \end{cases}$$

a) Să se arate că f admite primitive.

b) Să se determine primitiva care are proprietatea $F(1) = \frac{1}{4}$

Ritzi Cristina

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii .

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.

Timp de lucru trei ore.

Succes!